

Ψηφιακές Πληροφορίες Η/Υ

Άλγεβρα Boole, πράξεις άλγεβρας Boole, πίνακες αληθείας, δεδομένα, εντολές.

A. ΑΛΓΕΒΡΑ Boole

Η Άλγεβρα Boole (Boolean algebra) πήρε το όνομά της από τον G. Boole (1815- 1864), ο οποίος ανέπτυξε ένα αλγεβρικό σύστημα (1854) για τη συστηματική αντιμετώπιση της λογικής. Τα αξιώματα της Άλγεβρας Boole διατυπώθηκαν από τον E. V. Huntington (1904).

Οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται στην Άλγεβρα Boole ονομάζονται λογικές μεταβλητές γιατί μπορούν να πάρουν δύο (2) μόνο τιμές: 0 και 1. Αυτός είναι ο λόγος που η Άλγεβρα Boole αποτελεί τη βάση για τα ψηφιακά ηλεκτρονικά κυκλώματα.

Στην Άλγεβρα Boole ορίζονται τρεις βασικές πράξεις:

⇒ η πράξη NOT (OXI)

⇒ η πράξη AND (ΚΑΙ)

⇒ η πράξη OR (ή)

1. ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

Η πράξη NOT

Στην πράξη NOT συμμετέχει μία μόνο λογική μεταβλητή και το αποτέλεσμα της πράξης είναι το συμπλήρωμα (αντίστροφο) της μεταβλητής αυτής, δηλαδή αν η μεταβλητή έχει την τιμή “0”, τότε το αποτέλεσμα είναι “1” και αντίστροφα αν η μεταβλητή έχει την τιμή “1”, τότε το αποτέλεσμα είναι “0”.

Πίνακας Αληθείας της πράξης NOT

A	$Y = \bar{A}$
0	1
1	0

Η πράξη AND

Στην πράξη AND συμμετέχουν δύο λογικές μεταβλητές και το αποτέλεσμα της πράξης είναι “1”, αν και οι δύο μεταβλητές είναι “1”.

Αν A και B είναι δύο λογικές μεταβλητές, τότε η πράξη AND εκφράζεται με τη σχέση:

$$Y=A \cdot B$$

Πίνακας Αληθείας της πράξης AND

A	B	Y=A·B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Η πράξη OR

Στην πράξη OR συμμετέχουν δύο λογικές μεταβλητές και το αποτέλεσμα της πράξης είναι “1”, αν τουλάχιστον μία από τις δύο μεταβλητές είναι “1”.

Αν A και B είναι δύο λογικές μεταβλητές, τότε η πράξη OR εκφράζεται με τη σχέση:
 $Y=A+B$

Πίνακας Αληθείας της πράξης OR

A	B	Y=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Προτεραιότητα Πράξεων

Για την εκτέλεση των πράξεων στις εκφράσεις της Άλγεβρας Boole είναι ανάγκη να καθορισθεί η προτεραιότητα της εκτέλεσής τους, όπως γίνεται στην γνωστή από τα μαθηματικά άλγεβρα.

Προτεραιότητα	Πράξη
1	()
2	NOT
3	AND
4	OR

Από τον Πίνακα προτεραιότητας των πράξεων προκύπτει ότι σε μία έκφραση της Άλγεβρας Boole εκτελούνται πρώτα οι πράξεις μέσα σε παρενθέσεις, μετά υπολογίζονται τα συμπληρώματα, στην συνέχεια εκτελούνται οι πράξεις AND και τέλος εκτελούνται οι πράξεις OR.

B. ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΥΛΕΣ

5. Λογικά διαγράμματα των λογικών πυλών








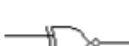
Οι λογικές πύλες είναι τα βασικά δομικά στοιχεία στα ψηφιακά κυκλώματα όπου χρησιμοποιούμε τις λογικές πύλες για να κατασκευάσουμε σύνθετα κυκλώματα.

Οι λογικές πύλες μίας και δύο εισόδων παρουσιάζονται στον Πίνακα 5 όπου η έξοδος εκφράζεται ως συνάρτηση των εισόδων.

Πίνακας 5
Λογικές Πύλες - Συναρτήσεις

Λογική Πύλη	Είσοδοι	Έξοδος	Συνάρτηση
(Απομονωτής) Buffer	A	Y	$Y=A$
Αντιστροφέας NOT	A	Y	$Y=\bar{A}$
AND	A,B	Y	$Y=A \cdot B$
OR	A,B	Y	$Y=A+B$
NAND	A,B	Y	$Y=\overline{A \cdot B}$
NOR	A,B	Y	$Y=\overline{A+B}$
XOR	A,B	Y	$Y=A \cdot \bar{B} + \bar{A} \cdot B = A \oplus B$
XNOR	A,B	Y	$Y=A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B} = \overline{A \oplus B} = A \odot B$

Πίνακας 6
Λογικές Πύλες – Λογικά Διαγράμματα

Λογική Πύλη	Λογικό Διάγραμμα
Απομονωτής Buffer	A  Y=A
Αντιστροφέας NOT	A  Y= \bar{A}
AND	A B  Y=A·B
OR	A B  Y=A+B
NAND	A B  Y= $\overline{A \cdot B}$
NOR	A B  Y= $\overline{A + B}$
XOR	A B  Y=A⊕B
XNOR	A B  Y=A⊙B

Βιβλιογραφία

Σγαρδώνη, Β. Άλγεβρα BOOLE και Λογικές Πύλες. Ψηφιακά Συστήματα. Τμήμα Τεχνολογίας Αεροσκαφών. ΤΕΙ Στερεάς Ελλάδας.