

Ψηφιακές Πληροφορίες Η/Υ

Συστήματα αριθμήσεως, αριθμητικές πράξεις, κώδικες.

Αριθμητικά Συστήματα

Η ανάγκη του ανθρώπου για μετρήσεις οδήγησε αρχικά στην επινόηση των αριθμών

Κατόπιν, στην επινόηση συμβόλων για τη παράσταση τους

Τέλος, στη δημιουργία των αριθμητικών συστημάτων:

- Δυαδικό,
- Οκταδικό,
- Δεκαδικό,
- Δεκαεξαδικό.

Το Δεκαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Χρησιμοποιεί τα αραβικά ψηφία 0, 1, 2, ..., 9.

Επικράτησε στην καθημερινή ζωή μας.

Στο σύστημα αυτό οι μαθηματικές πράξεις γίνονται με μεγάλη ευχέρεια από τον άνθρωπο, επειδή το μαθαίνει από μικρή ηλικία

Ερώτηση: Οι Άραβες τι αριθμούς χρησιμοποιούνε;

- **Απάντηση:** Τους Ινδικούς Αριθμούς.

Κωδικοποίηση Αριθμών με Διαφορετικά Σύμβολα

Με τις προηγούμενες διαφάνειες είδαμε μερικά παραδείγματα **κωδικοποίησης** των αριθμών από διαφορετικούς πολιτισμούς.

Η κωδικοποίηση των αριθμών εξελίχθηκε για τις ανάγκες του κάθε πολιτισμού για να αναπαρασταθούν για παράδειγμα:

- χρονολογίες,
- μονάδες μέτρησης αγαθών,
- χρηματικές συναλλαγές.

Καθιερώθηκε η χρήση των γνωστών αραβικών αριθμών και το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης με 10 ψηφία: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Αριθμητικά Συστήματα

Το όνομα ενός συστήματος αρίθμησης προέρχεται από τον αριθμό των ψηφίων που χρησιμοποιεί για την παράσταση των αριθμών.

- Ο αριθμός αυτός ονομάζεται «βάση» του συστήματος
- Το δεκαδικό σύστημα (βάση 10) χρησιμοποιεί τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 και 9.
- Το δυαδικό σύστημα (βάση 2) χρησιμοποιεί τα ψηφία 0, 1
- Το οκταδικό σύστημα (βάση 8) χρησιμοποιεί τα ψηφία 0, 1, 3, 4, 5, 6, 7.
- Το δεκαεξαδικό σύστημα (βάση 16) χρησιμοποιεί τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E και F.

Αριθμητικά Συστήματα

Ο αριθμός που περιγράφει μια ποσότητα έχει δυο τμήματα που χωρίζονται με υποδιαστολή (συνήθως μια τελεία).

Το αριστερό τμήμα είναι το ακέραιο μέρος της ποσότητας

Το δεξιό τμήμα είναι το κλασματικό μέρος της ποσότητας.

Όταν υπάρχει κλασματικό μέρος η αναγραφή της υποδιαστολής είναι υποχρεωτική.

Παράδειγμα : Ο αριθμός 2143,45 έχει ακέραιο μέρος το [2143] και κλασματικό μέρος το [.45].

Αριθμητικά Συστήματα

Η θέση των συμβόλων μέσα στον αριθμό τους δίνει και την συνολική αριθμητική τους αξία, γιατί κάθε σύμβολο πολλαπλασιάζεται με την βάση υψωμένη σε κάποια δύναμη.

Ο εκθέτης της θέσης ακριβώς αριστερά από την υποδιαστολή είναι μηδέν.

- Οι εκθέτες αυξάνονται κατά μια μονάδα αν πηγαίνουμε σε αριστερότερη θέση και
- μειώνονται κατά μια μονάδα αν πηγαίνουμε σε δεξιότερη θέση.

Όλες οι χρησιμοποιούμενες θέσεις, από την μεγαλύτερη μέχρι την μικρότερη, πρέπει να περιέχουν κάποιο σύμβολο, έστω κι αν αυτό είναι το μηδέν.

Παραδείγματα Δεκαδικών (DEC)

Ερμηνεία αριθμών

$$2143 = 2 \cdot 1.000 + \\ 1 \cdot 100 + \\ 4 \cdot 10 + \\ 3 \cdot 1$$

Αλλιώς: $2.143 = 2 \cdot 10^3 + \\ 1 \cdot 10^2 + \\ 4 \cdot 10^1 + \\ 3 \cdot 10^0$

Παρομοίως: $14.023 = 1 \cdot 10.000 + \\ 4 \cdot 1.000 + \\ 0 \cdot 100 + \\ 2 \cdot 10 + \\ 3 \cdot 1$

Γιατί ο Η/Υ δεν χρησιμοποιεί το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης;

Αν θέλαμε να παραστήσουμε τους αριθμούς στον υπολογιστή με το 10δικό σύστημα, θα έπρεπε να κατασκευάσουμε ένα φυσικό μέσο που να παριστάνει 10 διαφορετικές καταστάσεις

- Είναι πολύ ακριβότερο (ηλεκτρονικά κυκλώματα).
- Πολύ πιο δύσκολο (π.χ. να γίνουν αριθμητικές πράξεις σε αυτό).

Το Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Αποτελεί το πιο διαδεδομένο σύστημα στους υπολογιστές.

- Τα ψηφία που χρησιμοποιούμε είναι το «0» και το «1».
- Σε ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα η αναπαράσταση του ψηφίου 1 μπορεί να είναι περνάει ρεύμα ενώ 0 δεν περνάει ρεύμα.

Τι Δηλώνει το 100 σε κάθε Σύστημα Αρίθμησης;

Το 100 σε κάθε Σύστημα Αρίθμησης ισοδυναμεί με:

Για το δυαδικό σύστημα με $100_2 = 4$,

Για το τετραδικό σύστημα με $100_4 = 16$,

Για το οκταδικό σύστημα με $100_8 = 64$,

Για το δεκαδικό σύστημα με $100_{10} = 100$,

Για το δεκαεξαδικό σύστημα με $100_{16} = 256$.

Βασικές Πράξεις στο Δυαδικό Σύστημα Αρίθμησης

Πρόσθεση

$$0+0=0$$

$$0+1=1$$

$$1+0=1$$

$$1+1=10$$

Πολλαπλασιασμός

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Σημείωση: οι πράξεις στο 2αδικό σύστημα αρίθμησης είναι ευκολότεροι από ότι στο γνωστό μας 10δικό σύστημα αρίθμησης.

ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ	ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001
10	1010

Παραδείγματα Δυαδικού (BIN)

Παραδείγματα

$$10_2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 2_{10}$$

$$1010_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 8 + 2 = 10_{10}$$

$$11101_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \dots = 29_{10}$$

Παραδείγματα Οκταδικού (OCT)

Παραδείγματα

$$23_8 =$$

$$2 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 =$$

$$16_{10} + 3_{10} =$$

$$19_{10}$$

$$4104_8 =$$

$$4 \cdot 8^3 + 1 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 =$$

$$4 \cdot 512 + 1 \cdot 64 + 0 \cdot 8 + 4 \cdot 1 =$$

$$2116_{10}$$

Παραδείγματα Δεκαεξαδικού (HEX)

$$23_{16} =$$

$$2 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 =$$

$$32_{10} + 3_{10} =$$

$$35_{10}$$

$$4104_{16} =$$

$$4 \cdot 16^3 + 1 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 4 \cdot 16^0 =$$

$$4 \cdot 4096 + 1 \cdot 256 + 0 \cdot 16 + 4 \cdot 1 =$$

$$16644_{10}$$

Δεκαδικό / Δυαδικό / Οκταδικό / Δεκαεξαδικό σύστημα αριθμών.

Δεκαδικό (βάση 10)	Δυαδικό (βάση 2)	Οκταδικό (βάση 8)	Δεκαεξαδικό (βάση 16)
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Η Χρησιμότητα της Γνώσης του Δυαδικού Συστήματος.



Ο προγραμματισμός εφαρμογών κατευθείαν σε **γλώσσα μηχανής H/Y** γίνεται σε γλώσσα μηχανής (assembly) (π.χ. οδηγών συσκευών – drivers).



Η **κωδικοποίηση** της πληροφορίας σε ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή γίνεται πάντα σε ψηφία 0 και 1. Π.χ. μια ψηφιακή φωτογραφία, ένα τραγούδι MP3, κωδικοποιείται σε **αριθμούς** οι οποίοι αναπαριστούνται με **0 και 1** κλπ.



Το δυαδικό σύστημα είναι χρήσιμο αν θέλουμε να μάθουμε να προγραμματίζουμε σε οποιαδήποτε **γλώσσα προγραμματισμού υψηλού επιπέδου** (π.χ. Basic, Pascal, C/C++, Java κλπ).

Βιβλιογραφία

Αριθμητικά Συστήματα. Τμήμα Βιολογίας. Πανεπιστήμιο Πατρών. Ανάκτηση από:

<http://users.sch.gr/mmistakidou/lesson2.pdf>